

Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»  
(Финансовый университет)

Красноярский филиал Финуниверситета

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора  
по учебно-методической работе  
Красноярского филиала  
Финуниверситета

 О.С. Вергейчик  
«02» апреля 2026 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по учебному предмету / дисциплине

---

**ОП.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

(наименование учебного предмета/ дисциплины)

---

**Специальность 09.02.09 Веб-разработка**

(код, наименование специальности)

---

Фонд оценочных средств по дисциплине ОП.01 Элементы высшей математики разработан на основании федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.09 Веб-разработка.

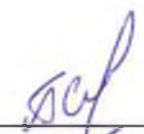
Составители:

Диканова Виктория Владимировна, преподаватель 1КК

Фонд оценочных средств по дисциплине рассмотрен и рекомендован к утверждению на заседании предметной (цикловой) комиссии общепрофессиональных дисциплин.

Протокол от «02» апреля 2026 г. № 8

Председатель предметной (цикловой)  
комиссии

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

О.А. Полтавец  
(инициалы, фамилия)

# 1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине ОП.01 Элементы высшей математики

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	ОК	Наименование темы	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа;</li> <li>– основы линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчисления</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>— применять методы дифференциального и интегрального исчисления;</li> <li>решать дифференциальные уравнения.</li> </ul>	ОК 01 ОК 02 ОК 05	Тема 1.1 Матрицы и определители	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену
	ОК 01 ОК 02 ОК 05	Тема 1.2. Системы линейных уравнений	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену
	ОК 01 ОК 02 ОК 05	Тема 2.1. Векторы и действия с ними	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену
	ОК 01 ОК 02 ОК 05	Тема 2.2. Аналитическая геометрия на плоскости	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену
	ОК 01 ОК 02 ОК 05	Тема 3.1. Теория пределов.	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену
	ОК 01 ОК 02 ОК 05	Тема 3.2. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену
	ОК 01 ОК 02 ОК 05	Тема 3.3. Интегральное исчисление функций одной действительной переменной	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену
	ОК 01 ОК 02 ОК 05	Тема 3.4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену
	ОК 01 ОК 02 ОК 05	Тема 3.5. Интегральное исчисление функций нескольких действительных переменных	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену

	OK 01 OK 02 OK 05	Тема 3.6. Теория рядов	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену
	OK 01 OK 02 OK 05	Тема 3.7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	Проверочная работа, устный опрос по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену

2. Комплект оценочных средств

2.1. Задание для текущего контроля успеваемости

Тема 1.1 Матрицы и определители

Проверочная работа «Определители. Свойства определителей.

Методы решения определителей»

**Вариант 1**

1. Решить определитель второго порядка:

$$\text{А) } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{vmatrix} \quad \text{Б) } \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Найти миноры элементов  $a_{11}$  и  $a_{23}$ :

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & -1 & 6 \\ 3 & 7 & -5 & 1 \\ 4 & -2 & 11 & -5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель третьего порядка двумя способами по правилу треугольника и методом разложения по элементам третьей строки:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

б) вычислить определитель по формуле и разложить по элементам третьего столбца:

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Вычислить определитель четвертого порядка и разложить по элементам 3 столбца, разложением по любому столбцу или строке сделать проверку:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

5. Записать определитель третьего порядка и перечислить свойства.

**Вариант 2**

1. Решить определитель второго порядка:

$$\text{А) } \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{Б) } \begin{vmatrix} -2 & -20 \\ 30 & 10 \end{vmatrix}$$

2. Найти миноры элементов  $a_{24}$  и  $a_{41}$ :

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -5 \\ -6 & 10 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель третьего порядка двумя способами: по правилу треугольника и разложить по элементам 2 столбца:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

б) вычислить определитель по формуле и разложить по элементам третьего столбца:

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 2 & 1 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

4. Охарактеризуйте понятие минора и алгебраического дополнения, запишите соответствующие формулы.

### Устный опрос

#### Вопросы по Теме 1.1. Матрицы и определители

1. Что такое определитель 2-го, 3-го порядка?
2. Перечислите свойства определителя 3 порядка?
3. Чему равен определитель числа 7?
4. Какие вы знаете способы вычисления определителя 3 порядка?
5. Сформулируйте теорему Лапласа? В каких случаях она применяется?
6. Что такое алгебраическое дополнение элемента определителя?
7. Как посчитать минор элемента определителя?
8. Что произойдет с определителем, если поменять местами 2 строки?
9. Что такое матрица?
10. Какие матрицы бывают?
11. Какие действия над матрицами можно выполнять?
12. Для любых ли матриц можно найти произведение?
13. Что означает выражение «протранспортировать матрицу»?
14. Расскажите, каким этапам нужно следовать, чтобы найти обратную матрицу?
15. Для всякой ли матрицы существует обратная?
16. Можно ли найти обратную матрицу, для матрицы размером 3x4?
17. Что такое ранг матрицы?
18. Расскажите способы вычисления ранга матрицы?

### Тема 1.2. Системы линейных уравнений

#### Проверочная работа «Вычисление СЛАУ методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом»

##### Вариант №1

1. Решить СЛАУ методом Крамера, сделать проверку матричным методом.

$$\text{А) } \begin{cases} 10x + 5y = -20 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$$

$$\text{Б) } \begin{cases} 4x + 7y = 32 \\ -4x + 9y = 32 \end{cases}$$

2. Решить СЛАУ всеми известными методами.

$$\text{А) } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y = 2 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

$$\text{Б) } \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 4 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

3. Решите СЛАУ методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$A) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \\ -x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 = -1 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ -2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$$

4. Какая матрица называется невырожденной вырожденной? Какие вы знаете способы решения СЛУ?

5. Решите СЛАУ 2-мя способами методом Крамера (если это возможно) и методом Гаусса.

$$A) \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 4x + y - 3z = -3 \\ 2x - y - 5z = -15 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -11 \\ -3x_1 + x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -3 \end{cases}$$

### Вариант №2

1. Решить СЛАУ методом Крамера, сделать проверку матричным методом.

$$A) \begin{cases} 5x - 2y = 26 \\ 3x + 5y = -3 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 8y = -7 \end{cases}$$

2. Решить СЛАУ всеми известными методами.

$$A) \begin{cases} x + y = 1 - z \\ x - y = 3 \\ z = 2x \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 4 \\ z + x = 6 \end{cases}$$

3. Решить СЛАУ Крамера и методом Гаусса и сделать проверку.

$$A) \begin{cases} -4x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 12 \\ -4x_1 - x_2 + 5x_3 = 22 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = 15 \\ -x_1 - x_2 + 6x_3 = 15 \end{cases}$$

4. Охарактеризуйте принципы решения СЛАУ методом Гаусса?

5. Решите СЛАУ 2-мя способами методом Крамера (если это возможно) и методом Гаусса.

$$A) \begin{cases} x - y - 5z = -2 \\ 5x + y + 3z = 12 \\ -2x - y - 4z = -5 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -11 \\ x_1 - 3x_3 + 4x_4 = 13 \\ x_1 + 2x_2 - x_4 = -2 \end{cases}$$

### Устный опрос

#### Вопросы для УО по теме 1.2. Системы линейных уравнений

1. Что такое СЛАУ?
2. Какие вы знаете способы вычисления СЛАУ?
3. В чем состоит суть решения СЛАУ методом Крамера?
4. Всякую ли систему можно решить методом Крамера?
5. В чем заключается универсальность метода Гаусса?
6. Расскажите этапы решения СЛАУ матричным методом?
7. Почему матричным методом можно решить не всякую СЛАУ?
8. Если, решая систему линейных уравнений методом Гаусса, последняя строка получилась нулевая, о чем это говорит?
9. Если, решая СЛАУ матричным методом, определитель оси матрицы получился=0, то однозначно можно сказать, что...
10. Формула для решения СЛАУ матричным методом имеет вид:

## Проверочная работа «Операции над векторами»

### Вариант № 1

1. Построить в пространстве три точки, заданные координатами:  
 $A(1; -5; 6)$ ;  $B(0; 7; -2)$ ;  $C(0; \frac{1}{3}; 4)$ , и найти модули векторов  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ , а также координаты середины отрезков  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ .
2. Найти скалярное произведение векторов, заданных координатами:  $a(0; 4; 9)$ ;  $b(6; 2; 1)$  и найти  $\cos \alpha$  угла между ними.
3. Доказать, что векторы коллинеарные:  $a(9; -1; 4)$ ;  $b(3; -\frac{1}{3}; \frac{3}{4})$
4. Найти модуль вектора:  $c = (2a - \frac{1}{3}b) \cdot ab$ , если  $a(1; 2; 3)$   $b(-3; 0; 2)$
5. Перечислить свойства скалярного произведения векторов в пространстве.

### Вариант № 2

1. Построить в пространстве три точки, заданные координатами:  
 $A(-4; -1; 0)$ ;  $B(-1; 0; 2)$ ;  $C(-5; 5; 2)$ , и найти модули векторов  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ , а также координаты середины отрезков  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ .
2. Найти скалярное произведение векторов, заданных координатами:  $a(1; -5; 0)$ ;  $b(-5; 1; 0)$  и найти  $\cos \alpha$  угла между ними.
3. Выяснить взаимное расположение векторов:  $a(1; 3; 6)$ ;  $b(-1; -3; 2)$
4. Найти модуль вектора:  $m = 0,25ab \cdot (-4a + b)$ , если  $a(1; 3; 2)$   $b(-2; 10; -1)$
5. Перечислить действия над векторами в пространстве и записать необходимые формулы.

### Устный опрос

Вопросы для УО по теме 2.1. Векторы и действия с ними.

1. Что такое вектор?
2. Какие действия можно выполнять над векторами, заданными своими координатами?
3. Какие действия можно выполнять над векторами, заданными своими отрезками?
4. Какие вектора называются компланарными?
5. Какие вектора называются коллинеарными? Признак коллинеарности векторов
6. Что такое модуль вектора?
7. Чем отличается ПДСК на плоскости от ПДСК в пространстве?
8. Как найти в пространстве координаты середины отрезка?
9. Что такое скалярное произведение векторов? Какими свойствами оно обладает?
10. Как найти угол между векторами, если известны их координаты?

Тема 2.2. Аналитическая геометрия на плоскости  
Письменная проверка «Составление уравнения прямой»

### Вариант №1



1. Составить уравнение прямой, проходящей через 2 точки:  $A(1;4;7)$  и  $B(1,5, -3)$ .
2. Найти угол между осью абсцисс и прямой, заданной двумя точками:  $E(4;-3)$  и  $F(5;-6)$ .
3. Треугольник ABC задан координатами своих вершин:  $A(-3;4)$ ,  $B(-9;6)$ ,  $C(5;2)$ . Составить уравнение средней линии треугольника, параллельной стороне AC, и построить этот треугольник.
4. Найти острый угол между прямыми, заданными уравнениями:  $\frac{x-2}{11} = \frac{y+5}{7}$  и  $\frac{x+2}{4} = \frac{y-4}{-1}$ .
5. Перечислите способы задания прямой на плоскости.

### Вариант №2

1. Составить уравнение прямой, проходящей через 2 точки:  $M(0;5;3)$  и  $D(-1,4, 6)$ . Принадлежат ли точки  $A(7;1;2)$  и  $C(-4;1;15)$  данной прямой?
2. Найти тангенс угла наклона прямой к оси OX, заданной двумя точками:  $K(3;-4)$ ,  $L(-3,2)$ .
3. Вершины треугольника имеют координаты  $A(7;2;-6)$ ,  $B(11;-3;5)$   $C(-3;4;-2)$ . Составить уравнение медианы треугольника, проведенной из вершины B, и построить этот треугольник.
4. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-7;-4;5)$  и параллельной вектору  $s(2;-6;9)$ .
5. Перечислите способы задания прямой в пространстве.

### Практическая работа «Составление уравнений кривых второго порядка»

#### Вариант №1

1. Окружность задана в общем виде  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 24 = 0$  привести уравнение окружности к каноническому виду, определить центр и радиус. Построить окружность.
2. По данному уравнению эллипса  $4x^2 + 9y^2 = 180$  Определить:
  - а) полуоси a и b
  - б) эксцентриситет эллипса
  - в) координаты фокусов
  - г) построить данный эллипс
3. Написать уравнение гиперболы, если её фокусы находятся в точках  $F_1(-4; 0)$ ,  $F_2(4; 0)$ , а длина действительной оси равна 6.
4. По данному уравнению определить тип кривой и записать её канонический вид.

$$16x^2 + 9y^2 - 4x + 6y - 11 = 0$$

5. Что такое парабола? Свойства параболы.

#### Вариант №2

1. Составить уравнение окружности, касающейся оси Oх в начале координат и

- проходящей через точку  $A(0;-8)$ , построить данную окружность.
2. По данному уравнению гиперболы  $24x^2 - 25y^2 = 600$  определить:
- а) полуоси  $a$  и  $b$
  - б) эксцентриситет
  - в) уравнение асимптот
  - г) построить данную гиперболу
3. Написать уравнение двух парабол с вершиной в начале координат, зная, что координаты их фокусов равны.
- а)  $F(3;0)$ ;
  - б)  $F(0;-5)$ .
4. По данному общему уравнению кривой 2-го порядка, определить тип кривой и записать каноническое уравнение кривой:
- $$-25x^2 + 144y^2 - 10x - 24y + 64 = 0$$
5. Какую кривую второго порядка мы назовём эллипсом? Перечислите свойства эллипса.

### **Устный опрос**

Вопросы для УО по теме 2.2. Аналитическая геометрия на плоскости

1. Какие вы знаете способы задания прямой на плоскости (в пространстве)?
2. Что представляет собой способ задания прямой “ в отрезках”
3. Общее уравнение прямой на плоскости (в пространстве)?
4. Как, зная, общее уравнение прямой определить угловой коэффициент прямой?
5. Как, зная, общее уравнение прямой вычислить угол между положительным направлением оси  $Ox$  и прямой?
6. Как найти расстояние между прямыми заданными общими уравнениями?
7. Как найти угол между прямыми заданными общими уравнениями?
8. Как проверить принадлежит ли точка данной прямой или нет?
9. Как привести уравнение прямой заданной в каноническом виде к общему виду?
10. Как составить общее уравнение прямой заданной двумя точками в пространстве?
11. Какие кривые можно отнести к кривым второго порядка? Почему?
12. Общее уравнение эллипса, гиперболы, параболы?
13. Что такое эксцентриситет?
14. Как по заданным значениям параметра  $a$  и  $b$  построить эллипс, гиперболу?
15. Как найти координаты фокусов, зная значения параметра  $a$  и  $b$
16. Как построить параболу, зная уравнение её директрисы.
17. Как из общего уравнения окружности получить каноническое уравнение.

Тема 3.1 Теория пределов  
Практическая работа «Вычисление простых пределов»

**Вариант № 1**

1. Вычислить пределы функции в точке на бесконечности:

$$1. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-x^2 + 4x + 5}{x^2 - 3x - 10}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 4}{3x^2 - 5\sqrt{x} + 10}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x}{x^2 + 4x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 3x - 10}$$

$$5. \lim_{a \rightarrow 9} \frac{\sqrt{a} - 3}{81 - a^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 7x + 12}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{x - 10}{x^2 - 20x + 100}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 2x - 3}$$

**Вариант № 2**

1. Вычислить пределы функции в точке на бесконечности:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{5x - 6x^2 + 9}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x - x^2 + 4}{x^2 - 9x + 20}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 + 4x - 6}{2x^2 - 6x^3 + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 6x + 5}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\left(\sqrt{x^2 - 9} - 4\right)}$$

$$6. \lim_{a \rightarrow -2} \frac{8 + a^3}{a + 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{64 - x^3}{16 - x^2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

Устный опрос

Вопросы для УО по теме 3.1. Теория пределов.

1. Что такое Предел числовой последовательности?
2. Перечислите свойства предела числовой последовательности.
3. Какие последовательности называются расходящимися и сходящимися?
4. Какая последовательность называется бесконечно большой? Бесконечно малой?
5. Чему равен предел бесконечно большой последовательности? Бесконечно малой?
6. Понятие предела функции в точке.
7. Свойства пределов функции в точке. Предел константы?
8. Правило вычисления пределов. Неопределённости.
9. Первый и второй замечательные пределы (формулы, следствия)

Тема 3.2. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной

Письменная проверка «Вычисление простых производных»

**Вариант №1**

1. Найдите производные следующих функций:

A)  $y = \sin x + 3\cos x - \frac{1}{x}$

Б)  $y = x^7 \operatorname{ctg} x$

В)  $y = \frac{3\sin x}{4x}$

Г)  $y = \frac{4x}{\operatorname{arctg} x} - 2x$

Д)  $y = 7x^2 \operatorname{ctg} x$

Е)  $y = \frac{\sqrt[5]{6x^9}}{6^x}$

2. Найдите производную функции в точке  $x=1$

1)  $y = \frac{\log_3 x}{\sqrt{x}}$

1)  $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2 - 3x + 1}$

3. Для функции  $y=2x^2-4x+5$  в точке  $x_0= -5$  составить уравнение касательной и вычислить угловой коэффициент и угол между касательной и осью абсцисс.

4. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $s(t)= t^3 +0,5t^2 +7t$ , определить скорость материальной точки в моменты времени  $t=2c$ ,  $t=9c$

5. Запишите правила дифференцирования функций, и придумайте по одному примеру на каждое правило с решением.

**Вариант №2**

1. Найдите производные следующих функций:

A)  $y = -6\ln x - x - \frac{10}{x^4}$

Б)  $y = -9x^2 \operatorname{arccctg} x$

В)  $y = \frac{\cos x}{\log_7 x}$

Г)  $y = \frac{1}{x} + 5\sqrt{x}$

Д)  $y = 5\sqrt{x^9} \cos x$

Е)  $y = \frac{\sqrt[8]{8x}}{\log_7 x}$

2. Найдите производную функции в точке  $x=1$

1)  $y = \frac{5\operatorname{ctg} x}{\cos(x) + 2}$

1)  $y = \frac{-\sin x}{\cos x - \operatorname{tg} x}$

3. Для функции  $y= -2x^3-4,5x^2+5x-1$  в точке  $x_0= -7$  составить уравнение касательной и вычислить угловой коэффициент и угол между касательной и осью абсцисс.

4. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $s(t)= 6t^3 +0,5t^2 +6t$ , определить скорость материальной точки в моменты времени  $t=6c$ ,  $t=10c$

5. Перечислите производные основных элементарных функций.

Проверочная работа «Вычисление производной сложной функции»

**Вариант №1**

1. Вычислить производные функции:

1.  $y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x^3\sqrt{x} + \frac{1}{x^3} + 7^{2x-7}$

2.  $y = (x^4 - x^2 + 1)^{-10}$

3.  $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x-1}$

4.  $y = \frac{1 - \operatorname{tg} 2x}{1 + \cos 2x}$

5.  $y = \lg \frac{10-x}{x+2}$

2. Найти дифференциалы функций:

1.  $y = \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$

2.  $y = \sin(\cos(\ln 6x))$

### Вариант №2

1. Вычислить производные функции:

1.  $y = \sqrt[3]{4x^3 - 7x^2 + 1}$

2.  $y = (\sin^2 x + 1)e^x$

3.  $y = \sqrt[3]{x^2 - 1} (x^4 + 1)$

4.  $y = \ln \sqrt{x^2 - 1}$

5.  $y = e^{x^3 - 5x^2}$

2. Найти дифференциалы функций:

1.  $y = x^4(8\ln^2 x - 4\ln x + 1)$

2.  $y = 2\sin^3(\ln 5x)$

Письменная проверка «Производные и дифференциалы высших порядков»

### Вариант №1

Вычислить производные и дифференциалы функций  $y'(x)$  и  $y''(x)$

1.  $y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x^3\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$

2.  $y = (x^4 - x^2 + 1)^3$

3.  $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x - 1}$

4.  $y = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$

5.  $y = \log \frac{10-x}{x+2}$

### Вариант №2

Вычислить производные и дифференциалы функций  $y'(x)$  и  $y''(x)$

1.  $y = \sqrt[3]{4x^3 - 7x^2 + 1}$

2.  $y = (\sin x + 1)e^x$

3.  $y = (x^4 - 1)(x^2 - 1)$

$$4. y = \ln \sqrt{x^2 - 1}$$

$$5. y = e^{x^3 - 5x^2}$$

### Устный опрос

Вопросы для УО по теме 3.2. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной

1. Что такое производная функции?
2. Назовите физический и геометрический смысл производной.
3. Вторая производная? Определение производной высшего порядка.
4. Производная сложной функции. Примеры.
5. Физический смысл второй производной.
6. Понятие дифференциала. Дифференциалы высших порядков.
7. Применение производной для исследования функций.
8. Какие точки функции называются критическими? Алгоритм исследования функции на монотонность.
9. Какие точки функции называются экстремальными? Сформируйте необходимое и достаточное условия существования экстремума функции в точке.
10. Этапы исследования функции на экстремум с помощью первой и второй производной.
11. Функция называется выпуклой вниз если ...  
Функция называется выпуклой вверх если...
12. Точкой перегиба называется точка ...
13. Сформулируйте признаки выпуклости функции на интервале.
14. Сформулируйте этапы исследования функции на выпуклость и перегиб.

### Тема 3.3 Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.

#### Вариант 1

1. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$$

$$3. \int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{1+16x^2}.$$

2. . Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (8x - 4)^3 dx.$$

$$7. \int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$$

$$8. \int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$$

3. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:

$$\int (x + 5) \cos x dx.$$

## Вариант 2

1. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

$$3. \int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$$

2. Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (7x + 5)^4 dx.$$

$$7. \int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$$

$$8. \int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$$

Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям  $\int (x - 2) \sin x dx$ .

Тема 3.4 Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных.

## I вариант

1. Найти область определения функции  $z = \frac{1}{\sqrt{9-x^2-y^2}}$ .

2. Показать, что функция  $z = \sqrt{x} \cos \frac{x}{y}$  удовлетворяет уравнению

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2}.$$

3 Найти частные производные функции:

а)  $z = e^{(x^2+y^2)^2}$

б)  $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

в)  $z = \sqrt{x} \cdot \cos^2 y$

4 Вычислить дифференциал функции  $z = \ln(x^2 + y^2)$ .

5  $z = x^3 y^2$ . Проверить, что  $z^{(5)}_{x^3 y^2} = z^{(5)}_{y^2 x^3}$ .

## II вариант

1 Найти область определения функции  $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}$ .

2 Показать, что функция  $z = \frac{x^2}{2y} + \frac{x}{2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$  удовлетворяет уравнению

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^3}{y}.$$

3 Найти частные производные второго порядка следующих функций:

а)  $z = e^{3x^2+2y^2-xy}$

б)  $z = \ln(x + \ln y)$

в)  $z = x^3 \cos 4y$ .

4 Вычислить дифференциал функции  $z = \sin(x^2 + y^2)$ .

5  $z = x^2 y^3$ . Проверить, что  $z^{(5)}_{x^2 y^3} = z^{(5)}_{y^3 x^2}$ .

## Фронтальный опрос

1 Дайте определение функции двух независимых переменных. Приведите примеры.

2 Что называется областью определения функции двух независимых переменных? Каково геометрическое изображение функции двух переменных?

3 Что называется частным и полным приращением функции двух независимых переменных?

4 Сформулируйте определение предела функции двух переменных.

5 Какая функция называется непрерывной в точке? в области?

6 Дайте определение частных производных первого порядка функции двух переменных. Каков их геометрический смысл?

7 Что называется полным дифференциалом функции двух переменных?



8 Как найти частные производные второго порядка функции двух переменных?

### Тема 3.5 Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных

#### I вариант

- 1 Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x + y^2) dx dy$  по области D, ограниченной указанными линиями  $y=1-x^2$  и  $y=0$ .
- 2 Вычислите следующие повторные интегралы  
а)  $\int_1^3 dy \int_2^4 \frac{x}{y^3} dx$ ,      б)  $\int_2^4 dx \int_0^2 x^3 y dy$ .
- 3 Вычислить площадь области, ограниченной линиями  $y = 2x - x^2, y = x^2$ .

#### II вариант

- 1 Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x + 2y) dx dy$  по области D, ограниченной указанными линиями  $y=1-x^2$  и  $y=0$ .
- 2 Вычислите следующие повторные интегралы  
а)  $\int_1^2 dy \int_4^6 \frac{x}{y^2} dx$       б)  $\int_0^1 dx \int_2^4 xy^3 dy$ .
- 3 Вычислить площадь области, ограниченной линиями  $y = 2 - x^2, y = \sqrt[3]{x^2}$ .

### Тема 3.6 Теория рядов

#### Проверочная работа

#### I вариант

- 1 Найти сумму ряда  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 - 1)}$
- 2 Исследовать на сходимость ряды  
а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} = 1 + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^5} + \dots$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n+2}{4n+5} \right)^n$ .

## II вариант

1 Найти сумму ряда  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 - 4)}$ .

2 Исследовать на сходимость ряды

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots$ ;    б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n!}$ ;    в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{5n+4} \right)^n$ .

### Фронтальный опрос

- 1 Что называется числовым рядом?
- 2 Что называется  $n$ -й частичной суммой числового ряда?
- 3 Какой числовой ряд называется сходящимся?
- 4 Что является необходимым условием сходимости числового ряда?
- 5 Назовите достаточные признаки сходимости, основанные на сравнении рядов.
- 6 Назовите признак Даламбера сходимости рядов.
- 7 В чем состоит интегральный признак сходимости Коши?
- 8 Какие ряды называются знакочередующимися? Приведите примеры.
- 9 Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов.
- 10 Какие знакочередующиеся ряды называются абсолютно сходящимися? Условно сходящимися?

## Тема 3.7 Обыкновенные дифференциальные уравнения.

### Вариант 1

1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1.  $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x, \quad y'' + 4y' - 5y = 0.$

2.  $y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' + 2y' + y = 0.$

3.  $y = \frac{8}{x}, \quad y' = -\frac{1}{8} y^2.$

4.  $y = e^{4x} + 2, \quad y' = 4y.$

5. Решить задачу Коши:  $y' = 4x^3 - 2x + 5, \quad y(1) = 8.$

2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

$$6. \quad y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4.$$

$$7. \quad y' = -6y.$$

$$8. \quad y' = \frac{x-1}{y^2}.$$

$$9. \quad y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$10. \quad y' - 3y + 5 = 0.$$

$$11. \quad y'' - 7y' + 10y = 0.$$

$$12. \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$$

## Вариант 2

1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

$$1. \quad y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$$

$$2. \quad y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0.$$

$$3. \quad y = e^{3x} - 5, \quad y' = 3y + 15.$$

$$4. \quad y = \frac{5}{x}, \quad y' = -y^2.$$

$$5. \text{ Решить задачу Коши: } y' = 3x^2 - 2x + 6, \quad y(2) = 19.$$

2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

$$6. \quad y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7.$$

$$7. \quad y' = 8y.$$

$$8. \quad y' = \frac{2x}{y^2}.$$

$$9. \quad y' = \frac{y}{1+x^2}.$$

$$10. \quad y' + 8y - 3 = 0.$$

$$11. \quad y'' + 8y' + 16y = 0.$$

$$12. \quad y'' - y' - 12y = 0.$$

## Тест практических заданий:

$$1. \quad \text{Вычислите } f(A), \text{ если } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4.$$

$$2. \quad \text{Вычислить определитель } \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & -2 & 3 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Решить по формулам Крамера систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 7y + z = -4 \\ 3x + y - z = 17 \\ x - y + 3z = 3 \end{cases}.$$

4. Составить уравнение параболы с вершиной в точке  $A(-4; -2)$ , с осью симметрии, параллельной оси  $Ox$  и проходящей через точку  $M(1; 3)$ .

5. Умножить комплексные числа в тригонометрической форме:

$$z_1 = 3(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ), \quad z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ).$$

6. Решите матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix}.$

7. Найдите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2 + 3n^3 + 4n}{n^2 + 5n + 6n^3}.$

8. Решите матричным способом систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}.$$

9. Записать все миноры определителя и вычислить их:  $D = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}.$

10. Вычислите двойной интеграл:  $\iint_D (x + y) dx dy$ ,  $D: 3 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 2$

11. Найдите частные производные от функции:  $z = y \cdot \sin(2x - y)$

12. Вычислите интеграл:  $\int_0^\pi \sin 2x dx$

13. Применяя метод непосредственного интегрирования, вычислите интеграл:  $\int \frac{dx}{3x^2 - 12}$

14. Найдите дифференциал функции:  $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

15. Найдите производную 2-го порядка:  $y = \sin^2 x$

16. Найдите производную функции:  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

17. Выполнить деление  $\frac{3 + 5i}{2 + 6i}.$

18. Составить уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках  $A_1(-5; 0)$ ,  $A_2(5; 0)$ , а фокусы заданы координатами  $(\pm 3; 0)$ .

19. Составить уравнение гиперболы, если ее вершины находятся в точках  $A_1(-3; 0)$ ,  $A_2(3; 0)$  и фокусы в точках  $(\pm 3\sqrt{5}; 0)$

20. Найти матрицы, обратные данной:  $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$ .

21. Какая фигура задается уравнением  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$ .

22. Выполнить действия  $\frac{3+2i}{3-2i} + \frac{5+2i}{3+2i}$ .

23. Найти  $AB - BA$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

24. Какая фигура задается уравнением  $3x^2 + 3y^2 + 6x - 18y - 48 = 0$ .

25. Вычислите двойной интеграл:  $\iint_D x^2 y dx dy$ ,  $D: 3 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 2$

26. Найдите полный дифференциал функции:  $U = x^2 + y^2 + z^2 - t^2$

27. Вычислите интеграл:  $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$

28. Найдите производную функцию:  $y = 4e^x + \arctg x + \arcsin x$

29. Найдите дифференциал функции:  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$

30. Найдите производную 2-го порядка:  $y = \ln(2x-3)$

31. Найдите производную функцию:  $y = \sin^3 x$

32. Найдите производную функции:  $y = \ln \sin x$

33. Найдите производную функции:  $y = \sqrt{1-x^2}$

### 3. Критерии оценки

#### 1. Критерии оценки задач

При оценке задач учитываются все ошибки (грубые и негрубые) и недочёты.

Грубыми считаются ошибки:

- незнание определения основных понятий, правил, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин, единиц их измерения;
- неумение применять знания, алгоритмы для решения задач;
- неправильное решение задания (пропуск действия, неправильный выбор действий, лишние действия);
- нерешенная до конца задача или пример;
- невыполненное задание;
- вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
- логические ошибки.

К негрубым ошибкам следует отнести:

- неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного - двух из этих признаков второстепенными;
- неточность графика;

- нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа (нарушение логики, подмена отдельных основных вопросов второстепенными);

- неумение решать задачи, выполнять задания в общем виде.

Недочетами являются:

- нерациональные приемы вычислений и преобразований;
- небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков.

Примечание: за грамматические ошибки, допущенные в решении заданий, оценка не снижается. За неряшливо оформленное задание, несоблюдение правил каллиграфии оценка снижается на 1 балл, но не ниже «3».

#### Критерии оценки выполнения задач

Оценка уровня подготовки		Имеющийся результат
Балл (отметка)	Вербальный аналог	
5	Отлично	<ul style="list-style-type: none"> <li>- задача выполнена полностью.</li> <li>- в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок;</li> <li>- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)</li> </ul>
4	Хорошо	<ul style="list-style-type: none"> <li>- задача выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умения обосновывать рассуждения не являлись специальным объектом проверки);</li> <li>- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки)</li> </ul>
3	Удовлетворительно	<ul style="list-style-type: none"> <li>- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме</li> </ul>
2	Неудовлетворительно	<ul style="list-style-type: none"> <li>- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере;</li> <li>- выполненное задание показало полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть заданий выполнена не самостоятельно.</li> </ul>

#### 2. Критерии оценки устного опроса:

Оценка «отлично» выставляется студенту, сформулировавшему полный и правильный ответ на вопрос, логично структурировавшему и изложившему материал. При этом студент должен показать знание специальной литературы. Для получения отличной оценки необходимо продемонстрировать умение обозначить проблемные вопросы в соответствующей области, проанализировать их и предложить варианты решений, дать исчерпывающие ответы на уточняющие и дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, который дал полный правильный ответ на вопрос, с соблюдением логики изложения материала, но допустил при ответе отдельные неточности, не имеющие принципиального характера. Оценка «хорошо» может выставляться студенту, недостаточно чётко и полно ответившему на уточняющие и дополнительные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, показавшему неполные знания, допустившему ошибки и неточности при ответе на вопрос, продемонстрировавшему неумение логически выстроить материал ответа и сформулировать свою позицию по проблемным вопросам. При этом хотя бы по одному из заданий ошибки не должны иметь принципиального характера. Студент, ответ которого оценивается «удовлетворительно», должен опираться в своем ответе на учебную литературу.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не дал ответа на вопрос; дал неверные, содержащие фактические ошибки ответы на все вопросы; не смог ответить на дополнительные и уточняющие вопросы. Неудовлетворительная оценка выставляется студенту, отказавшемуся отвечать на вопросы семинара

### 3. Критерии оценки теста:

оценка «5» - правильных ответов 90–100%;

оценка «4» - правильных ответов 68–87%;

оценка «3» - правильных ответов 50–67%;

оценка «2» - правильных ответов < 50%.

### 4. Критерии оценки дифференцированного зачета:

Оценка «5» ставится, если:

- студент свободно применяет знания на практике;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы;

– студент усваивает весь объем программного материала;

– материал оформлен аккуратно в соответствии с требованиями.

Оценка «4» ставится, если:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- студент умеет применять полученные знания на практике;
- в ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя;

– материал оформлен недостаточно аккуратно и в соответствии с требованиями;

Оценка «3» ставится, если:

- студент обнаруживает освоение основного материала, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных дополняющих вопросов преподавателя;

- предпочитает отвечать на вопросы воспроизводящего характера и испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы;

- материал оформлен не аккуратно или не в соответствии с требованиями;

Оценка «2» ставится, если:

- у студента имеются отдельные представления об изучаемом материале, но все, же большая часть не усвоена;

- материал оформлен не в соответствии с требованиями.